4

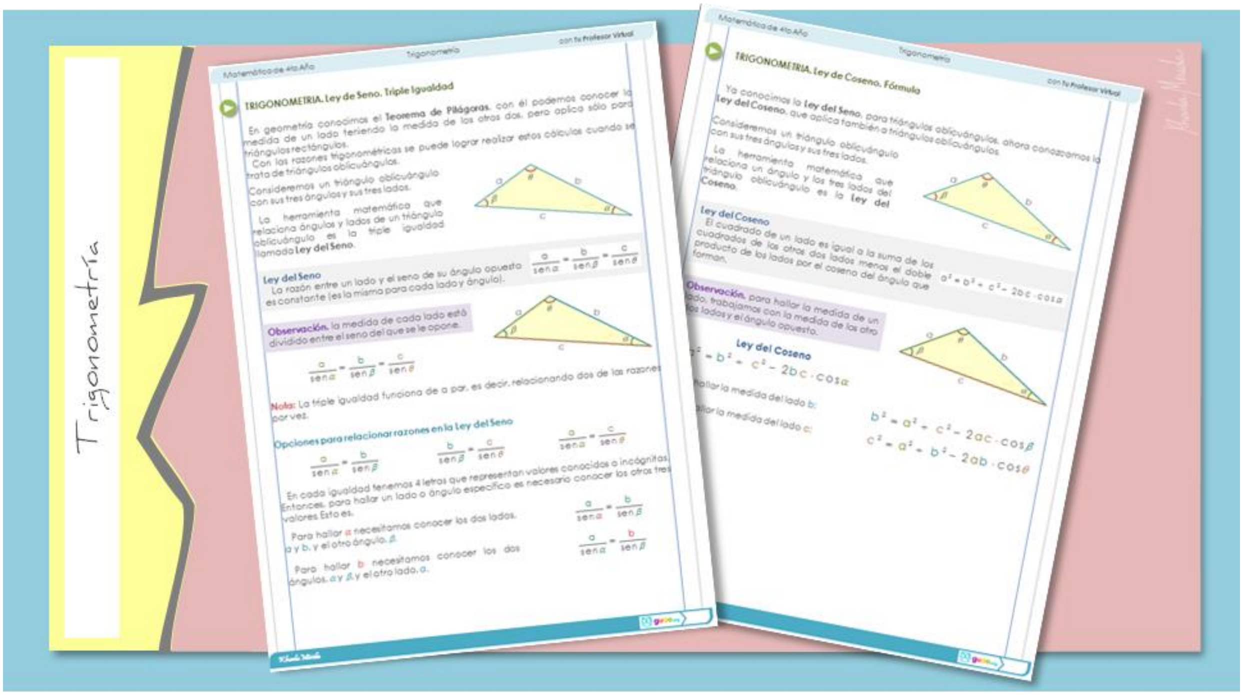
4ta Unidad

Trigonometría

4.5 Ley de Seno y Ley de Coseno

Anhelos, sueños, son como estrellas guían nuestra mente e impulsan nuestra espiritualidad hacia mejores estados. Seguir sueños sanos nos lleva a vivir momentos que trascienden tiempo, espacio y cuerpo.

Descripción



Si hasta ahora hemos visto la definición de las razones trigonométricas basadas en triángulos rectángulos, y de allí hemos partido para deducir las relaciones con el plano cartesiano, y la deducción de las identidades, es hora de conocer cómo aplicar las relaciones trigonométricas a triángulos oblicuángulos, lo que nos dará la capacidad de hacer cálculos aplicados a diversas situaciones reales, que no se restringen a lo específico de los triángulos rectángulos. Conozcamos la Ley del Seno y Ley del Coseno.

Conocimientos Previos Requeridos

Geometría: triángulos, Ángulos, Razones y Proporciones.

Contenido

Ley del Seno y del Coseno, Triple Igualdad, Fórmula.

Videos disponibles

TRIGONOMETRÍA. Ley del Seno. Triple Igualdad

TRIGONOMETRÍA. Ley de Coseno. Fórmula

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

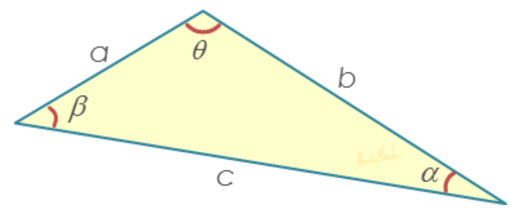
TRIGONOMETRIA. Ley de Seno. Triple Igualdad

En geometría conocimos el **Teorema de Pitágoras**, con él podemos conocer la medida de un lado teniendo la medida de los otros dos, pero aplica sólo para triángulos rectángulos.

Con las razones trigonométricas se puede lograr realizar estos cálculos cuando se trata de triángulos oblicuángulos.

Consideremos un triángulo oblicuángulo con sus tres ángulos y sus tres lados.

La herramienta matemática que relaciona ángulos y lados de un triángulo oblicuángulo es la triple igualdad llamada **Ley del Seno**.

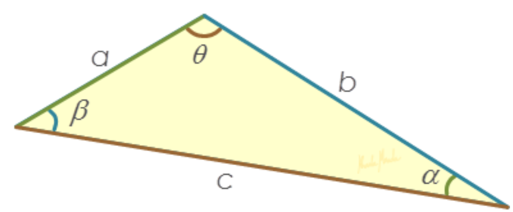


Ley del Seno

La razón entre un lado y el seno de su ángulo opuesto es constante (es la misma para cada lado y ángulo).

$$\frac{a}{\operatorname{sen}\alpha}=\frac{b}{\operatorname{sen}\beta}=\frac{c}{\operatorname{sen}\theta}$$

Observación. la medida de cada lado está dividido entre el seno del que se le opone.



$$\frac{a}{\operatorname{sen}\alpha}=\frac{b}{\operatorname{sen}\beta}=\frac{c}{\operatorname{sen}\theta}$$

Nota: La triple igualdad funciona de a par, es decir, relacionando dos de las razones por vez.

Opciones para relacionar razones en la Ley del Seno

$$\frac{a}{\operatorname{sen}\alpha}=\frac{b}{\operatorname{sen}\beta} \qquad \frac{b}{\operatorname{sen}\beta}=\frac{c}{\operatorname{sen}\theta} \qquad \frac{a}{\operatorname{sen}\alpha}=\frac{c}{\operatorname{sen}\theta}$$

En cada igualdad tenemos 4 letras que representan valores conocidos o incógnitas. Entonces, para hallar un lado o ángulo específico es necesario conocer los otros tres valores. Esto es,

Para hallar α necesitamos conocer los dos lados, a y b, y el otro ángulo, β.

$$\frac{a}{\operatorname{sen}\alpha}=\frac{b}{\operatorname{sen}\beta}$$

Para hallar b necesitamos conocer los dos ángulos, α y β, y el otro lado, a.

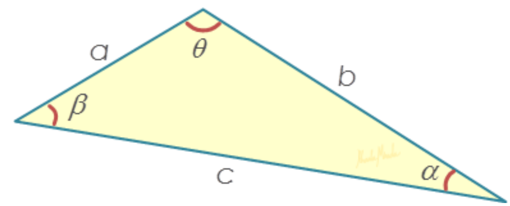
$$\frac{a}{\operatorname{sen}\alpha}=\frac{b}{\operatorname{sen}\beta}$$

TRIGONOMETRIA. Ley de Coseno. Fórmula

Ya conocimos la **Ley del Seno**, para triángulos oblicuángulos, ahora conozcamos la **Ley del Coseno**, que aplica también a triángulos oblicuángulos.

Consideremos un triángulo oblicuángulo con sus tres ángulos y sus tres lados.

La herramienta matemática que relaciona un ángulo y los tres lados del triángulo oblicuángulo es la **Ley del Coseno**.

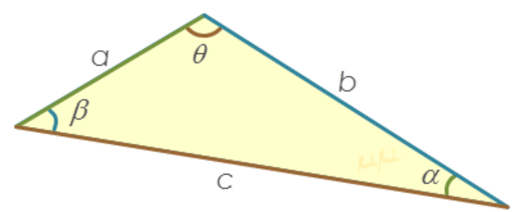


Ley del Coseno

El cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos el doble producto de los lados por el coseno del ángulo que forman.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$$

Observación. para hallar la medida de un lado, trabajamos con la medida de los otro dos lados y el ángulo opuesto.



Ley del Coseno

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$$

Para hallar la medida del lado b:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$$

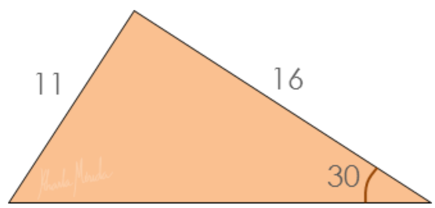
Para hallar la medida del lado c:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\theta$$

A Practicar

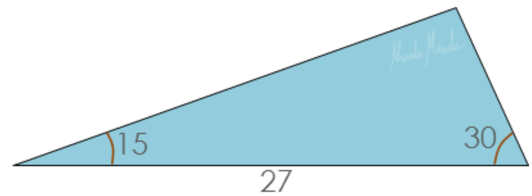
Hallar los lados y ángulos restantes en cada caso:

1.



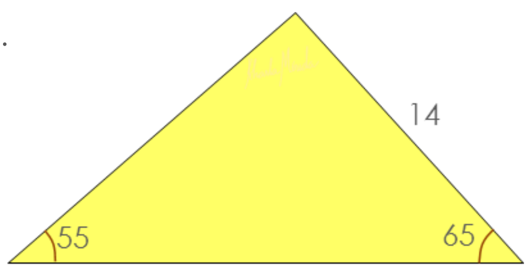
Lado: 21,41 ; α = 103,34° ; β = 46,66°

2.



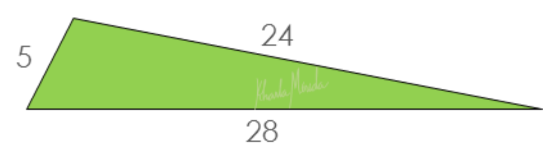
α = 135° ; Lado$_1$: 19,01 ; Lado$_2$ = 9,89°

3.



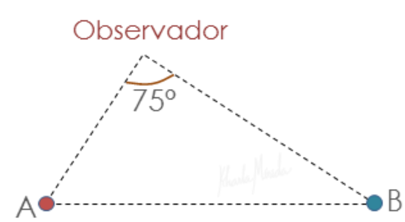
α = 120° ; Lado$_1$: 14,85 ; Lado$_2$ = 15,54°

4.

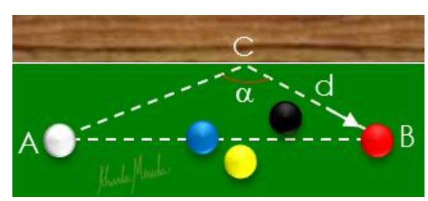


α = 139,69° ; β = 33,86° ; θ = 6,7°

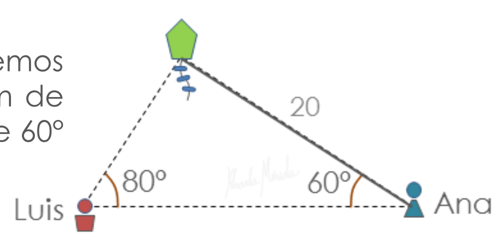
5. Qué distancia separa dos puntos A y B si un observador que se encuentra a 13 m y 16 m respectivamente, tiene un ángulo entre sus líneas de visión de 75°.



6. ¿Con qué ángulo de rebote, α, debe chocar la bola blanca la baranda, para dar a la bola roja sabiendo que la menor distancia de la baranda a la bola roja que evita tocar la bola negra es de d = 30 cm?. La distancia entre la bola blanca y la roja es 65 cm.



7. ¿A qué distancia se encuentran Luis y Ana si sabemos que Ana vuela un papagayo, la cuerda tiene 20m de longitud, el ángulo de elevación de la cuerda es de 60° y Luis lo ve con un ángulo de elevación de 80°?.



¿Lo Hicimos Bien?

Hallar los lados y ángulos restantes en cada caso:

1. Lado: 21,41 ; $\alpha = 103{,}34°$; $\beta = 46{,}66°$
2. $\alpha = 135°$; $Lado_1$: 19,01 ; $Lado_2 = 9{,}89°$
3. $\alpha = 120°$; $Lado_1$: 14,85 ; $Lado_2 = 15{,}54°$
4. $\alpha = 139{,}69°$; $\beta = 33{,}86°$; $\theta = 6{,}7°$
5. Los puntos A y B están a 17,8m de distancia.
6. $\alpha = 122{,}68°$
7. Luis y Ana se encuentran a 12,95m distancia.